マテリアル工学系専攻群

材料デザイン工学専攻，物質プロセス工学専攻，化学システム工学専攻

大学院入学試験　問題例

基　礎　①

数　　学

【１】以下の問いに答えよ．

(1) 次の極限値を求めよ．ただし，a, b は実数の定数とする．

$$\lim_{x \to 0} \frac{a^x - b^x}{x} \qquad (a, b > 0,\ a \neq b)$$

(2) 次の関数の導関数を求めよ．ただし，a, b は実数の定数とする．

1) $y = \exp(-x^2)$

2) $y = \log \dfrac{\sqrt{x+a} + \sqrt{x+b}}{\sqrt{x+a} - \sqrt{x+b}} \qquad (a > b,\ x + b > 0)$

(3) 次の定積分を求めよ．ただし，収束・発散の評価は不要である．

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{|x(x-2)|}}$$

(ヒント：$\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}} = \log\left|x + \sqrt{x^2 + A}\right| + C$ を使ってもよい．

ただし，A は 0 でない定数，C は積分定数である．)

(ヒント：$\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C$ を使ってもよい．

ただし，C は積分定数である．)

数　学

【２】以下の３次の正方行列$\mathbf{A}$について，以下の問いに答えよ．

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

ただし，この行列$\mathbf{A}$の実数の固有値をλ_1，λ_2，λ_3（ただし$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$）とし，問題中に現れるベクトル$\boldsymbol{v_1}$，$\boldsymbol{v_2}$，$\boldsymbol{v_3}$はすべての要素が実数の列ベクトルとする．また，$\|\boldsymbol{x}\|_2$はベクトル$\boldsymbol{x}$のユークリッドノルム（$\ell^2$ノルム）を表すとする．

(1) 行列$\mathbf{A}$の固有値λ_1，λ_2，λ_3をすべて求めよ．

(2) 行列$\mathbf{A}$の固有値λ_2に対応する固有ベクトル$\boldsymbol{v_2}$を，実数のパラメータtを用いた形で導出せよ．

(3) 問(2)で求めた固有ベクトル$\boldsymbol{v_2}$のうち，すべての要素が非負の整数となる，ある固有ベクトル$\boldsymbol{v_2}'$（ただし$\|\boldsymbol{v_2}'\|_2 \neq 0$）を考える．このとき，

$$\mathbf{A}\boldsymbol{v_3} = \lambda_2 \boldsymbol{v_3} + \boldsymbol{v_2}'$$

を満たし，かつ$\|\boldsymbol{v_3}\|_2 = 1$となる$\boldsymbol{v_3}$をすべて導出せよ．

数　学

【３】以下の問いに答えよ．

(1) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$e^y \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y+5}$$

(2) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$(2xy + y^2)dx + 4x^2 dy = 0$$

（ヒント：変数変換を用いるとよい．）

(3) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．ただし，一般解は虚数を用いない形で表せ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = e^x \sin x$$

数　学

【4】三次元直交座標系（デカルト座標系）において，x 軸，y 軸，z 軸の正の方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$とする．$\boldsymbol{r}$ は曲線上の点の位置ベクトルを表す．以下の問いに答えよ．

ベクトル場 $\boldsymbol{A} = 2z\boldsymbol{i} + \sqrt{y}\boldsymbol{j} + 2x\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{B} = 2x\boldsymbol{i} + 2z\boldsymbol{j} + \sqrt{y}\boldsymbol{k}$ について考える．また，曲線 C_1 を $x = t,\ y = t^2,\ z = 1 - t,\ (0 \le t \le 1)$ とする．

(1) $\nabla \times \boldsymbol{A}$ と $\nabla \times \boldsymbol{B}$ を求めよ．

(2) 曲線 C_1 上の $t = 0$ から $t = 1$ までの線積分 $\int_{C_1} \boldsymbol{A} \cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ．

(3) 曲線 C_1 上の $t = 0$ から $t = 1$ までの線積分 $\int_{C_1} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ．

(4) 曲線 C_2 を $x = \sin(\pi t/2),\ y = \sin^2(\pi t/2),\ z = \cos(\pi t/2),\ (0 \le t \le 1)$ とする．C_2 上の $t = 0$ から $t = 1$ までの線積分 $\int_{C_2} \boldsymbol{A} \cdot d\boldsymbol{r}$ および $\int_{C_2} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{r}$ が問(2)および問(3)でそれぞれ求めた曲線 C_1 上の線積分と同じ値を持つのは，$\boldsymbol{A}$ か $\boldsymbol{B}$ のどちらか一方である．どちらであるか答えよ．数式を用いてその根拠を示すこと．
（ヒント：問(1) に着目するとよい）

物 理 化 学

【1】以下の問いに答えよ．ただし，全ての変化は可逆過程であるとする．数値計算の際には，気体定数 $R = 8.3\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}}$，$\ln 2 = 0.69$ を必要に応じて用いよ．化学種の後に付してある(s), (l), (g), (aq)は，それぞれ，固体，液体，気体，水和の状態を表す．また，アボガドロ定数を N_A とする．

(1) 熱力学第一法則に関する以下の問いに答えよ．

1) 系に移動した熱量を q，内部エネルギー変化をΔU，系になされた仕事を w とし，熱力学第一法則を表す式を答えよ．

2) 完全気体の定圧熱容量 C_p と定容熱容量 C_V を結びつける関係式を，C_p，C_V，R および物質量 n を用いて答えよ．

3) 定圧条件下で，3.0 mol の N_2 (g) を 398 K から 298 K まで冷却する．このとき，系に移動した熱量 q，内部エネルギー変化ΔU，および気体になされた仕事 w を求めよ．なお，N_2 (g)はこの温度領域では完全気体として振る舞い，モル定容熱容量は $C_{V,\mathrm{m}} = 2.5R$ で一定とする．

(2) エントロピーS およびその変化ΔS に関する以下の問いに答えよ．ただし，Ar (g)は完全気体として振る舞い，モル質量を 40 g mol^{-1} とする．

1) 完全気体 n mol において，一定温度 T で体積が V_1 から V_2 まで変化したときのΔS を，R, n, V_1, V_2 を用いて表せ．導出過程も示すこと．

2) 4.0 g の Ar (g)において，一定温度で圧力が 2.0×10^4 Pa から 1.6×10^5 Pa へ変化したときのΔS を求めよ．

3) 完全気体 n mol において，一定圧力で温度が T_1 から T_2 まで変化したときのΔS を，n, T_1, T_2 およびモル定圧熱容量 $C_{p,\mathrm{m}}$ を用いて表せ．導出過程も示すこと．なお，この温度領域で $C_{p,\mathrm{m}}$ は変化しないものとする．

4) 4.0 g の Ar (g)において，温度 300 K，圧力 2.0×10^4 Pa の状態から，温度 600 K，圧力 1.6×10^5 Pa の状態へ変化したときのΔS を求めよ．なお，この温度領域にて $C_{p,\mathrm{m}} = 2.5R$ で一定とする．

5) 以下の文章の$\boxed{ア}$～$\boxed{エ}$に入る適切な数式，数値を答えよ．$\boxed{ア}$，$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$は数式，$\boxed{イ}$は数値で答えること．
　ボルツマンは，エネルギー準位への分子の分布とエントロピーS を関連付けて，ボルツマン定数 k および，微視的状態の数 W（系の分子を，

（問題文は次ページにつづく）

全エネルギーを変えないように等確率に配置する仕方の数）を用いて，S を式(i)のように表した．

$$S = \boxed{ア} \qquad 式(i)$$

物質量 n の気体の体積が一定温度で変化したときのΔS を式(i)を用いて計算するために，N_0 個の分子からなる気体が，等温可逆過程により体積 V_1 から V_2 へ膨張したと考える．

膨張後に，1 個の気体分子が V_2 領域に存在する確率は，分子が V_2 領域に必ず存在するため，$\boxed{イ}$である．一方，1 個の気体分子が膨張後の容器の V_1 領域に存在する確率は，$\boxed{ウ}$となる．

N_0 個の気体分子が体積 V_1 および V_2 を占めるとき，W をそれぞれ W_1 および W_2 とすると，式(ii)となる．

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{N_0\text{個の気体分子が}V_2\text{領域に存在する確率}}{N_0\text{個の気体分子が}V_1\text{領域に存在する確率}} \qquad 式(ii)$$

容器に N_0 個の気体分子が独立に存在するので，W_2/W_1 は$\boxed{エ}$と計算できる．

6) 式(i)および$\boxed{エ}$を用いて，物質量 n の気体の体積が V_1 から V_2 まで一定温度で変化したときのΔS を導出し，R を含む式で表せ．

(3) **表 1** に示す各過程の標準モルエンタルピー変化$\Delta H^{\ominus}$ から，298 K における KCl (s)の格子エンタルピー（過程: KCl (s) → K^+ (g) + Cl^- (g)）および K^+ (g) の水和エンタルピー（過程: K^+ (g) → K^+ (aq)）を求めよ．**図 1** のように，エンタルピー変化を反応物および生成物の状態とともに図示し，格子エンタルピーと水和エンタルピーに対応する変化をそれぞれ矢印で書き込め．矢印の行先が生成物となるようにすること．

表 1　各過程の$\Delta H^{\ominus}$（298 K）

過程 (反応物→生成物)	$\Delta H^{\ominus}$ / kJ mol^{-1}
K (s) → K (g)	89
K (g) → K^+ (g) + e^-	419
Cl_2 (g) → 2Cl (g)	244*
Cl (g) + e^- → Cl^- (g)	−349
Cl^- (g) → Cl^- (aq)	−384
KCl (s) → K^+ (aq) + Cl^- (aq)	−17
K (s) + 1/2Cl_2 (g) → KCl (s)	−437**

*Cl_2 (g) 1 mol あたりの$\Delta H^{\ominus}$
**KCl (s) 1 mol あたりの$\Delta H^{\ominus}$

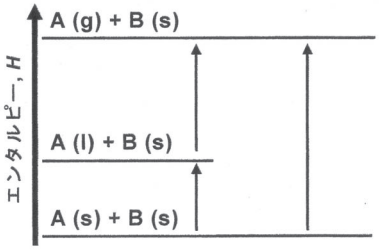

図 1 エンタルピー変化の図の例

物 理 化 学

【2】以下の問いに答えよ．p: 圧力, T: 温度, V: 体積, G: ギブズエネルギー, S: エントロピー, H: エンタルピー, U: 内部エネルギー, $\Delta_{vap}H$: 蒸発エンタルピーとする．数値計算の際は，気体定数 $R = 8.3\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}}$, ln3 = 1.1 を必要に応じて用いよ．

(1) 純物質について，以下の問いに答えよ．

1) 純物質における化学ポテンシャル μ はモルギブズエネルギーG_m と等しく，化学ポテンシャル μ の温度 T および圧力 p による変化は，モル体積 V_m, モルエントロピーS_m を用いて以下の式で表される．

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_p = -S_m \qquad \left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_T = V_m$$

ギブズエネルギーG およびエンタルピーH の定義式を記し，それらの式から上に示した 2 つの関係式を導出せよ．

2) 300 K において圧力 p を 1.0×10^5 Pa から 3.0×10^5 Pa まで変化させたとき，純物質 X の化学ポテンシャル μ の変化は何 J mol^{-1} となるかを求めよ．なお，純物質 X は上記の圧力変化では相転移を示さず，また 300 K におけるモル体積 V_m は 20.0 cm^3 mol^{-1} とし圧力 p には依存しないものとする．

3) 純物質 X の α 相および β 相が 2 相共存の平衡状態にあるとき，両相の化学ポテンシャル $\mu(\alpha)$および $\mu(\beta)$がどのような関係にあるかを簡潔に述べよ．また，転移モルエントロピー$\Delta_{trs}S$ および転移モル体積$\Delta_{trs}V$を用いて，以下のクラペイロンの式を導出せよ．

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta_{trs}S}{\Delta_{trs}V}$$

4) 純物質 X の気相(g)と液相(l)が平衡状態にあるときを考える．このとき，気体のモル体積は液体よりずっと大きく，液相の蒸発に伴うモル体積変化$\Delta_{vap}V \approx V_m(g)$が成り立つこと，および気相が完全気体として振る舞うことを仮定し，クラペイロンの式からクラウジウス–クラペイロンの式を導出せよ．必要であれば $dx/x = d\ln x$ を用いよ．

5) 純物質 X の沸点は 1.0×10^5 Pa のとき 400 K である．蒸発エンタルピー$\Delta_{vap}H$ は温度に依存せず 8.3×10^4 J mol^{-1} であるとした場合，3.0×10^5 Pa における沸点は何 K となるかを求めよ．

（問題文は次ページにつづく）

物 理 化 学

(2) 純金属 A と純金属 B の二成分系の相図について，以下の問いに答えよ．

1) 以下の条件に基づいて温度–組成図を描け．なお，図は横軸を B のモル分率 x とし，縦軸を温度(0 °C 以上)とすること．
   (a) A の融点は 800 °C, B の融点は 600 °C である．
   (b) A と B の固溶域は限りなく小さく無視できるものとする．
   (c) 共融混合物(共晶混合物)を $x = 0.75$ (融点 400 °C)で形成する．
   (d) 液相線はすべて上に凸の曲線である．

2) 1)の温度–組成図において $x = 0.75$ の融液を 1000 °C から 25 °C までゆっくり冷却する．このとき固相析出(晶出)の温度，順序，および 25 °C における固相の物質量比について，下に示す X 群および Y 群のキーワードをそれぞれ 1 つ以上用い，80 字以内で簡潔に説明せよ．

3) 1)で示した条件(a)から(d)は変化せず，以下の条件(e), (f)が追加されたときの温度–組成図を新たに描け．なお，図の各軸の条件は 1)と同じものとする．
   (e) 化合物 AB は不定比性をもたず，900 ℃で調和融解する．
   (f) 共融混合物(共晶混合物)を $x = 0.30$ (融点 750 °C)で形成する．

4) 3)の温度–組成図において $x = 0.50$ の融液を 1000 °C から 25 °C までゆっくり冷却する．このとき固相析出(晶出)の温度および順序について，下に示す X 群および Y 群のキーワードをそれぞれ 1 つ以上用い，80 字以内で簡潔に説明せよ．

5) 3)の温度–組成図において $x = 0.60$ の融液を 1000 °C から 25 °C まで冷却する．このとき，下に示す X 群の中から，25 °C において存在する固相をすべて選び，その物質量比を示せ．

[キーワード]

X 群：純金属 A，純金属 B，化合物 AB，化合物 A_3B，化合物 A_3B_2，化合物 AB_3，化合物 A_2B_3

Y 群：最初に析出する，次に析出する，同時に析出する，のみが析出する

マテリアル工学系専攻群

材料デザイン工学専攻，物質プロセス工学専攻，化学システム工学専攻

大学院入学試験　問題例

専　門　①

固体物理学

【１】結晶中の原子間結合，及び，格子振動について以下の問いに答えよ．

(1) 結晶中の原子間結合は，共有結合，イオン結合，金属結合，ファン・デル・ワールス結合，水素結合に分類される．それぞれの結合からなる具体的な固体をリスト１から選んでＡ～Ｄで答えよ．

リスト１

Ａ：ナトリウム，Ｂ：ダイヤモンド，Ｃ：アルゴン，Ｄ：塩化ナトリウム

(2) 共有結合，イオン結合，金属結合，ファン・デル・ワールス結合の特徴を，孤立原子から結晶になった時に変化する電子分布をもとに説明せよ．

(3) 質量 M の同種原子が x 軸上に等間隔 a で無限に並んだ１次元結晶の古典的格子振動モデルを考える．図１に示すように，隣り合う原子どうしがバネで連結し，バネの伸び縮みはフックの法則に従い，原子の変位と復元力が比例関係にあるとし，そのバネ定数を K とする．j 番目（j は整数）の原子の平衡点($x = ja$)からの変位を u_j とし，j 番目の原子に関する運動方程式を求めよ．

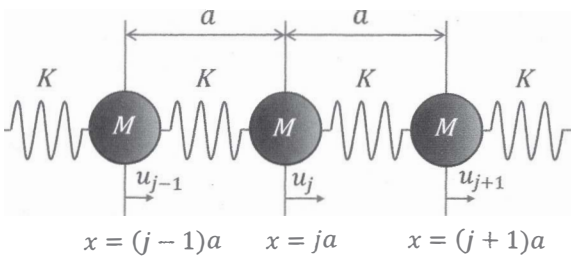

図１

（問題文は次ページにつづく）

固体物理学

(4) 問い(3)の運動方程式に対して，$u_j = Ae^{i(kx-\omega t)}$と仮定することで，角振動数$\omega$と波数$k$の分散関係を求めよ．ただし，$i$は虚数単位，$A$は定数であり，$\omega$，$k$，及び，時間$t$は実数とする．

(5) 問い(4)の分散関係に対して，長波長の極限（$ka \ll 1$）における音速 c (= ω/k)を，a，K，Mを用いて表せ．

(6) 図１において，$j = N$番目の原子の右隣に$j = 1$番目の原子が同じバネで連結するような周期的境界条件を適用した場合，波数kが周期 L（$= Na$）に依存した離散的な値となることを示せ．

(7) 3 次元結晶中の格子振動に関して，縦モードと横モードの違い，及び，光学モードと音響モードの違いについて，それぞれ簡潔に説明せよ．

(8) 図２は GaAs における格子振動の分散関係を示す．$k = 0$近傍に示した各フォノンバンド（①，②，③，及び，④）に相当する格子振動モードをリスト２からそれぞれ選んで答えよ．

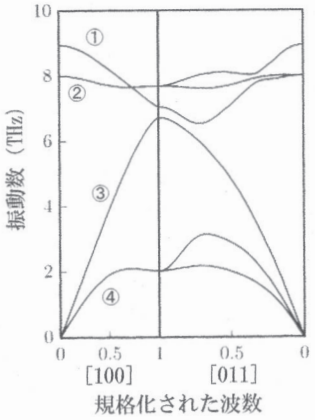

図２

リスト２：
縦光学モード
縦音響モード
横光学モード
横音響モード

(9) 図２のモード③の振動数がモード④の振動数よりも大きい理由を説明せよ．

流 動 と 伝 熱

【２】以下の問いに答えよ．

(1) 図１のように，水平に置かれたベンチュリ管の中を非圧縮性流体が流れている．管は円管であり，位置①の管断面積，圧力，平均流速を A_1，p_1，u_1，位置②の管断面積，圧力，平均流速を A_2，p_2，u_2 とする．

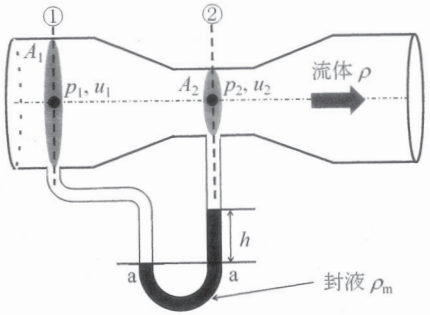

図１

1) ベンチュリ管に取り付けられた U 字管マノメータの封液の高さの差を h，流体および封液の密度をそれぞれρ，ρ_m ($\rho < \rho_m$)，重力加速度を g とする．水平面 a–a 面における圧力のつり合いの式を p_1, p_2, ρ, ρ_m, g，h を用いて表せ．

2) ベルヌーイの定理に基づいて，流体の流量 Q を A_1，A_2，ρ，ρ_m，g，h を用いて表せ．慣性力や粘性によるエネルギー損失は無視してよい．

3) $A_2 = 4.9\times10^{-3}$ m^2 = 0.80 A_1，$h = 2.0\times10^{-3}$ m，$\rho = 1.0\times10^3$ kg·m^{-3}，$\rho_m = 13.5\times10^3$ kg·m^{-3}，$g = 9.8$ m·s^{-2} のとき，Q を有効数字 2 桁で求めよ．

4) この流動は位置①，②において層流か乱流か，根拠とともに示せ．流体の粘度は 1.0 mPa·s である．必要であれば$\sqrt{\pi} = 1.8$，$\sqrt{0.8} = 0.89$ を用いてもよい．

5) ベンチュリ管の絞り部（断面積 A_2 の領域）において，管長 0.10 m あたりの圧力損失を有効数字 2 桁で求めよ．ただしマノメータへの分岐の影響は無視し，ファニングの管摩擦係数は 4.0×10^{-3} とする．

（問題文は次ページにつづく）

流動と伝熱

(2) 図 2 のように，内半径 r_1，外半径 r_2，表面温度 T_2，材質の熱伝導率 $k = 2.0\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ の無限長さの円筒 1 が，内半径 r_3，内表面温度 T_3 の無限長さの円筒 2 の同軸上に設置されている．円筒 1 の内部には，一様な温度 T_1 に保たれた半径 r_1 の無限長さの中実で円柱状のヒーターが同軸上に配置されている．

なお，系全体は真空中で定常に保たれ，円筒表面はいずれも黒体，さらに $T_1 > T_2 > T_3$ であるとし，ステファン・ボルツマン定数 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$，$\pi = 3.14$，$\ln(2) = 0.69$，$\sqrt[4]{250} = 3.9$ とせよ．答えは有効数字 2 桁で求めよ．

1) 円筒 1 の肉厚部分（半径 r_1 から r_2 の間）を熱伝導によって熱が伝わっている．円筒 1 の肉厚部分において微小厚み $\mathrm{d}r$ を伝わる単位長さ当たりの伝熱速度 Q_h [W]を表す微分方程式を k, r, T を用いて示せ．なお，r は中心軸からの半径，T は r における温度とする．

2) R_c を熱抵抗とすると，Q_h は $Q_h = \Delta T / R_c$（ΔT は温度差）で表される．1)で示した微分方程式を解き，そのときの熱抵抗 R_c を k，r_1，r_2 を用いて示せ．

3) $T_1 = 455$ K，$T_2 = 400$ K，$r_1 = 0.25$ m，$r_2 = 0.50$ m のとき，R_c および単位長さ当たりの Q_h を求めよ．

4) $r_3 = 1.0$ m のとき，円筒 1 の黒体面 S_1 から円筒 2 の黒体面 S_2 を見たときの形態係数 F_{12} および S_2 から S_1 を見たときの形態係数 F_{21} を求めよ．ただし，面 S_i と S_j の 2 面間の形態係数 F_{ij}，F_{ji} と熱放射伝熱面積 A_i，A_j には，$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$ が成り立つ．

5) 面積 A_1 の黒体面 S_1 から向かい合う面積 A_2 の黒体面 S_2 に伝わる単位長さ当たりの正味の熱放射伝熱量 E [W]を表す式を A_1，A_2，T_2，T_3，F_{12}，F_{21}，σを用いて示せ．

6) T_3 を求めよ．

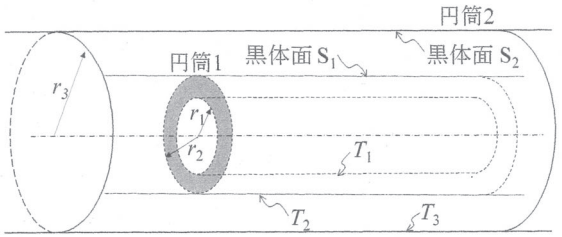

図2

反応工学

【3】以下の問いに答えよ．

(1) 酵素 E を用いて基質 S を反応させ，生成物 P を生成する反応は[1]で表される．

$$\mathrm{E + S} \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} \mathrm{ES} \xrightarrow{k_2} \mathrm{E + P} \qquad [1]$$

ここで，ES は酵素基質複合体とよばれる中間体，k は反応速度定数であり，各反応の反応速度は反応に関与する物質の濃度の 1 次に比例する．なお，E，S，ES の濃度をそれぞれ C_E，C_S，C_{ES}，全酵素濃度を $C_{E,0}$，P の生成速度を r_P，$K_m = (k_{-1} + k_2) / k_1$ とする．

1) 酵素とは何かについて 30 字以内で説明せよ．

2) ES について定常状態の近似を適用して，$C_{E,0}$ を C_{ES}，C_S，K_m を用いて表せ．

3) 2)が成立するとして，r_P を $C_{E,0}$，C_S，k_2，K_m を用いて表せ．

4) [1]で表される酵素反応の実験を行った結果，C_S が 0.25 $\mathrm{mol \cdot m^{-3}}$ のとき r_P は 0.25 $\mathrm{mol \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}}$ であり，C_S が 1.0 $\mathrm{mol \cdot m^{-3}}$ のとき r_P は 0.50 $\mathrm{mol \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}}$ であった．この場合の r_P の最大値と K_m を有効数字 2 桁で求めよ．

5) [1]の反応に加えて，阻害剤 Z が E と結合し，S と競合する反応式[2]で表される拮抗阻害がある場合について考える．

$$\mathrm{E + Z} \rightleftharpoons \mathrm{EZ} \qquad [2]$$

[2]の反応は平衡定数 K_Z の部分平衡状態にあるとする．Z の濃度を C_Z として，この場合の $C_{E,0}$ を C_E，C_{ES}，C_Z，K_Z を用いて表せ．

6) 2)と 5)が成立するとして，拮抗阻害がある場合の r_P を $C_{E,0}$，C_S，C_Z，k_2，K_m，K_Z を用いて表せ．

（問題文は次ページにつづく）

(2) 液相における次の 1 次－1 次逐次反応[1]について考える．

$$A \xrightarrow{k} R \xrightarrow{k} S \qquad [1]$$

このとき，各成分 A，R，S の濃度の変化速度 r_A，r_R，r_S は成分 A，R の濃度 C_A，C_R と反応速度定数 k を用いて，それぞれ次の反応速度式で与えられる．

$$(-r_A) = kC_A, \qquad r_R = kC_A - kC_R, \qquad r_S = kC_R$$

成分 A のみを濃度 $C_{A,0}$ で含む溶液を容積 V の連続流撹拌槽型反応器（CSTR）に体積流量 v_0 で供給し，この逐次反応を生じさせる．反応による体積の変化はないものとし，空間時間 τ を $\tau = V/v_0$ と定義する．

1) 定常状態における反応器出口の成分 A，R，S の濃度 $C_{A,1}$，$C_{R,1}$，$C_{S,1}$ を，それぞれ $C_{A,0}$，k，τ を用いて表せ．

2) 縦軸を成分 R，S の各収率 $C_{R,1}/C_{A,0}$ [-]，$C_{S,1}/C_{A,0}$ [-]，横軸を $k\tau$ [-]として，$C_{R,1}/C_{A,0}$ 対 $k\tau$，$C_{S,1}/C_{A,0}$ 対 $k\tau$ の概形を一つのグラフで図示せよ．ただし，縦軸は 0～1.00，横軸は 0～4.0 とし，図 1 に示す作図例にならって必要な数値をそれぞれ有効数字 2 桁で両軸上に示すこと．

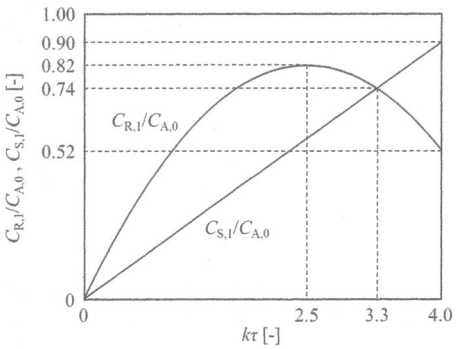

図 1

（問題文は次ページにつづく）

次に，容積 V の CSTR を 2 台用意し，直列に接続した場合（図 2）と，並列に接続した場合（図 3）のそれぞれに対し，成分 A のみを濃度 $C_{A,0}$ で含む溶液を体積流量 v_0 で供給し，逐次反応[1]を生じさせる．並列に接続した場合には各槽に等流量（$v_0/2$）ずつ供給する．

3) 直列に接続した場合について，定常状態における 2 段目出口の成分 A，R，S の濃度 $C_{A,2}$，$C_{R,2}$，$C_{S,2}$ を，それぞれ $C_{A,0}$，k，τ を用いて表せ．

4) $k = 4.0\ \mathrm{h^{-1}}$，$V = 1.0\ \mathrm{m^3}$，$v_0 = 2.0\ \mathrm{m^3 \cdot h^{-1}}$ とする．直列に接続した場合の 2 段目出口の成分 S の収率 $C_{S,2}/C_{A,0}$ と，並列に接続した場合の出口合流液中の成分 S の収率 $C'_{S,2}/C_{A,0}$ をそれぞれ有効数字 2 桁で求めて，どちらが何倍大きいか有効数字 2 桁で答えよ．

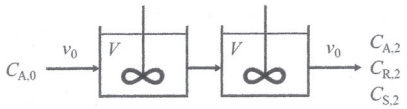

図 2

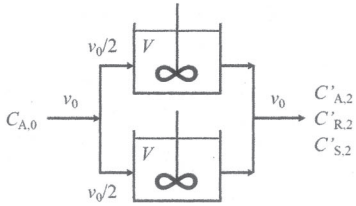

図 3

材　料　の　力　学

【４】次の(1)，(2)の両方に解答し，それぞれ別の答案用紙に記入せよ．

(1) 図１に示すような，高さ h，幅 w，奥行き l の直方体形状の単結晶片を考える．図１の過程 A→B のように，せん断応力 τ の作用下で，長さ l，バーガースベクトルの大きさ b の直線状の転位１本が単結晶片内のすべり面上を左端から右端まで距離 w だけ動いた結果，すべり面の上下に距離 b のずれが生じたとする．h，w，l が b と比べて十分大きいとき，以下の問いに答えよ．

1) 転位は転位線の方向とバーガースベクトルの向きの関係により，刃状転位，らせん転位，混合転位に分類される．図１のように運動する転位はそのいずれに該当するか，理由も含めて述べよ．
2) すべり過程（図１の状態 A と状態 B の間）における単結晶片の転位密度 ρ を求めよ．
3) すべりによって単結晶片に生じたせん断ひずみを，ρ を用いて表せ．
4) 図１のように，すべり面を境に単結晶片の上下を b だけ相対変位させるために必要な仕事を求めよ．
5) 問 4)の仕事が，τ によって「転位線に垂直な，単位長さ当たり $\boldsymbol{F}$ の力」を転位が受けて距離 w だけ移動した結果なされたと考える．このとき，$\boldsymbol{F}$ の大きさは τb と表されることを示せ．

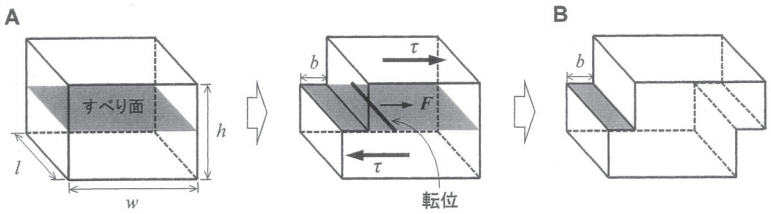

図１

（問題文は次ページにつづく）

材　料　の　力　学

(2) 基板上に薄膜を成膜すると，基板と薄膜の熱膨張率の差などによって応力が発生し，反りが生じる．図２のように，長辺 l が短辺 w よりも十分に長く（$l \gg w$），厚さが d の短冊状の基板に薄膜を成膜したところ，図３のように外力がない状態で，基板と薄膜の界面が曲率半径 R で下に凸に反った．基板のヤング率を E_s，薄膜の厚さを t として以下の問いに答えよ．ただし，曲率半径 R は基板の厚さ d と比べて十分に大きく，薄膜の厚さ t は d と比べて十分に小さいものとし（$R \gg d \gg t$），薄膜は基板に密着しているものとする．また，図３のように原点 O を基板と薄膜の界面上の点とし，z 軸を基板の短辺方向（紙面垂直方向），y 軸を基板の厚さ方向，x 軸を z 軸と y 軸に垂直な方向にとるものとする．

1) 基板の長辺の方向に伸びも縮みもない中立面が，基板と薄膜の界面から深さ b の位置にあるとする．この時，基板と薄膜の界面からの距離が y（$0 \leqq y \leqq d$）の位置における基板の x 方向の応力 $\sigma_s(y)$を，E_s，R，b を用いて y の関数として表せ．
2) t は d と比べて十分に小さいため，薄膜に加わる x 方向の応力 σ_f は一定であるとみなすことができる．基板が薄膜から受ける力と基板に加わる力のつり合い式を σ_f，w，t，E_s，R，b，d を用いて示せ．
3) 基板に加わる z 軸の周りの曲げモーメントを w，E_s，R，b，d を用いて表せ．
4) 基板は外力を受けていないため，問 3)で求めた曲げモーメントは 0 である．このことから，b を d を用いて表せ．
5) 問 2)と問 4)の結果から，薄膜に加わる x 方向の応力 σ_f を t，E_s，R，d を用いて表せ．

（問題文は次ページにつづく）

材 料 の 力 学

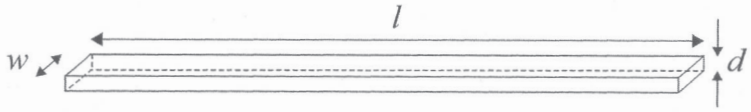

図 2

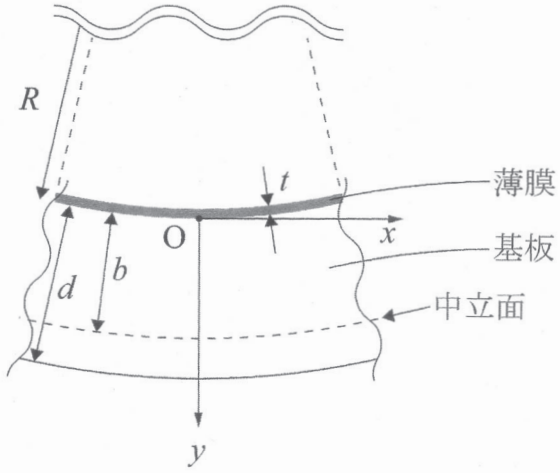

図 3

マテリアル工学系専攻群

材料デザイン工学専攻，物質プロセス工学専攻，化学システム工学専攻

大学院入学試験　問題例

基　礎　②

数　　学

【１】以下の問いに答えよ．

(1) 次の極限値を求めよ．

1) $\lim_{x\to\infty} x^4\left(\frac{1}{x^2}-\sin\frac{1}{x^2}\right)$

2) $\lim_{x\to+0}(\cos x)^{\log x}$

(2) 変数 x, y が媒介変数 t の関数として下記のように与えられているとき，導関数 dy/dx を x の関数として表せ．

$$x=\frac{1-t^2}{1+t^2}\ ,\quad y=\frac{2t}{1+t^2}$$

(3) 次の定積分を求めよ．ただし，$n=0,1,2,\cdots$ である．

$$I_n=\int_0^{\pi}\frac{\sin(nx)}{\sin x}dx$$

（ヒント：計算方法は任意であるが，一例として I_n-I_{n-2} がどのようになるかを考えて計算する方法がある．）

数　　学

【２】以下の問いに答えよ．

(1)次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx}=1+4y^2$$

(2)次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+5y=65\cos 2x$$

(3)次の常微分方程式の一般解が示す曲線群と直交する曲線群を求めよ．

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-x^2}{2xy}$$

数　　学

【３】以下の問いに答えよ．

行列 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値を求めよ．

(2) 設問(1)で求めた固有値に対応する固有ベクトルを求めよ．

(3) 変換行列として直交行列 $\boldsymbol{U}$ を用いて行列 $\boldsymbol{A}$ を対角化し，$\boldsymbol{A}^n$（n は自然数）を求めよ．

(4) $\begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix}\boldsymbol{A}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ は，2 次形式 $-2x^2+2xy-2y^2$ と表されることを示せ．ただし，2 次形式とは 2 次の項のみで構成される多項式を指す．

(5) 設問 (3) の直交行列 $\boldsymbol{U}$ による変数変換 $\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\boldsymbol{U}\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}$ により，2 次形式 $-2x^2+2xy-2y^2$ を p,q を用いた標準形にせよ．ただし，標準形とは $3p^2+4q^2$ のように各変数の 2 次の項のみで構成される多項式を指す．

数　　学

【４】以下の問いに答えよ．

三次元直交座標系（デカルト座標系）において，x軸，y軸，z軸の正の方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$とする．

$z=\sqrt{x^2+y^2}$により表される曲面S_0について，以下の問いに答えよ．

(1) 曲面S_0の単位法線ベクトル$\boldsymbol{n}$をxおよびyの関数として求めよ．ただし，$\boldsymbol{n}$はz成分が正となる方向の単位法線ベクトルとする．

(2) 曲面S_0上の点$\mathrm{P}(1,1,\sqrt{2})$を通る接平面Sを求めよ．

(3) スカラー場$\phi=x+y+z$について，$-1\leq x\leq 1$, $-1\leq y\leq 1$における設問(2)の接平面S上の面積分$\iint_S \phi\, dS$を求めよ．

物 理 化 学

【１】以下の問いに答えよ．p：圧力，V_m：モル体積，T：絶対温度，R：気体定数とする．有効数字は二桁とする．ただし，数値計算の際には $R = 8.3\ \mathrm{Pa\cdot m^3\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$ を用いること．

(1) 640 mg の酸素（分子量：32），160 mg のアルゴン（原子量：40），200 mg のネオン（原子量：20）からなる 300 K の混合気体がある．このときのネオンの分圧は 8.3 kPa である．300 K におけるこの混合気体の体積と全圧を求めよ．ただし，完全気体の状態方程式が適用できるとする．

(2) 200 K，5.0 kPa において，ある元素 X のみを組成にもつ気体分子 X_n（n は整数）の質量密度は 0.50 $\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ である．元素 X の原子量が 83 のとき，n の値を求めよ．ただし，完全気体の状態方程式が適用できるとする．

(3) ファンデルワールス状態方程式は次式で表される．

$$p=\frac{RT}{V_\mathrm{m}-b}-\frac{a}{V_\mathrm{m}^2}$$

R とファンデルワールスパラメーターa, b を用いて臨界圧力 p_c，臨界モル体積 V_c，臨界温度 T_c を表せ．また臨界圧縮因子 $p_\mathrm{c}V_\mathrm{c}/RT_\mathrm{c}$ を求めよ．導出過程も記すこと．

(4) ファンデルワールス状態方程式を $p_\mathrm{r} \equiv p/p_\mathrm{c}$，$V_\mathrm{r} \equiv V_\mathrm{m}/V_\mathrm{c}$，$T_\mathrm{r} \equiv T/T_\mathrm{c}$ を用いて表せ．導出過程も記すこと．

(5) ある完全気体のモル定圧熱容量 $C_{p,\mathrm{m}}$ [$\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$] の温度変化は $C_{p,\mathrm{m}} = 20 + 0.40T$ で表される．以下の 1), 2)の問いに答えよ．

1) この気体 1.0 mol が定圧で温度が 300 K から 400 K に上昇したとき，エンタルピー変化，内部エネルギー変化を求めよ．

2) この気体 1.0 mol が定容で温度が 300 K から 400 K に上昇したとき，気体がなした仕事，気体に加えられた熱を求めよ．

(6) 化学式 $\mathrm{C_{10}H_8}$ で表されるナフタレン(s)の 298 K における標準生成エンタルピーは 78 $\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$ である．ナフタレン(s)の 298 K における標準燃焼エンタルピーを求めよ．二酸化炭素(g)と水(l)の 298 K における標準生成エンタルピーは，それぞれ－390 $\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$，－280 $\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$ とする．

【2】以下の問いに答えよ．

(1) 図1の完全気体における可逆なカルノーサイクルについて問う．

1) 温度 T_h における A 点から B 点への可逆な等温膨張において，高温熱源から系に加えられた熱を q_h とする．このときのエントロピー変化 ΔS を，T_h と q_h を用いて示せ．

2) B 点から C 点への可逆な断熱膨張におけるエントロピー変化がゼロとなる理由を簡潔に説明せよ．

3) カルノーサイクルを一周したときの全エントロピー変化がゼロとなることを示せ．ここで，気体定数を R，および気体の物質量（モル数）を n とする．なお C 点から D 点への可逆な等温圧縮（温度は T_c）において，系から低温シンクへ放出される熱を q_c とし，またカルノーサイクルの可逆な断熱過程から導かれる，系の体積に関する関係式を，$V_B V_D = V_A V_C$ とする．

4) 熱と仕事の関係を用いて，カルノーサイクルにおける熱効率 η が温度のみの関数になることを示せ．

5) 低温シンクの温度を 400 K とする．高温熱源の温度が 800 K のときに比べて，1000 K のときには，熱効率は何倍になるかを求めよ．計算過程についても簡潔に説明すること．

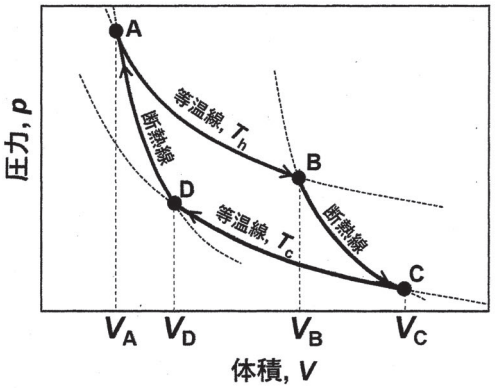

図1　完全気体における可逆なカルノーサイクルの説明図

（問題文は次ページにつづく）

(2) 自由エネルギーについて問う．解答において以下の記号を用いること．

q：熱，　w：仕事，　U：内部エネルギー，　H：エンタルピー，
A：ヘルムホルツエネルギー，　G：ギブズエネルギー，　S：エントロピー，
T：絶対温度，　p：圧力，V：体積

1) ヘルムホルツエネルギーおよびギブズエネルギーの定義式を記せ．

2) 等温過程において，ヘルムホルツエネルギー変化量 $\mathrm{d}A$ の絶対値が，系から取り出すことのできる最大仕事に等しくなることを，熱力学第一および第二法則に基づき説明せよ．なお解答においては，適切な数式を適宜用い，また数式内の $\mathrm{d}A$ および仕事の正負を明確にすること．

3) 定圧および等温過程では，ギブズエネルギー変化量が $\mathrm{d}G \leq 0$ となることが，系の自発的変化の判断基準となる．この関係式 $\mathrm{d}G \leq 0$ を熱力学第一および第二法則に基づき導け．なお解答においては，適切な数式を適宜用い，$\mathrm{d}G \leq 0$ の導出過程についても簡潔に説明すること．

4) 定圧過程を想定し，ギブズエネルギー変化量 $\mathrm{d}G$ とヘルムホルツエネルギー変化量 $\mathrm{d}A$ との間の関係式を導け．またこの関係式が，可逆過程だけでなく，不可逆過程にも適用できる理由を，50 文字以内で説明せよ．

(3) 二原子分子 AB に対し，…AB AB AB…という並び方と，…BA AB BA…の並び方の間に，ほとんどエネルギー差が無いとき，絶対零度において，エントロピーはゼロとならず，残余エントロピーが生じ得る．この理由を，エントロピーのボルツマンの式を用いて，簡潔に説明せよ．

マテリアル工学系専攻群

材料デザイン工学専攻，物質プロセス工学専攻，化学システム工学専攻

大学院入学試験　問題例

専　門　②

固体物理学

【１】金属である金に関する以下の問いに答えよ．

(1) 金結晶は面心立方構造である（慣用格子定数を a とする）．金原子の原子散乱因子を f，慣用単位胞内において j 番目に位置する原子の格子座標を (x_j, y_j, z_j)とすると，$(h\,k\,l)$面の結晶構造因子$F(h\,k\,l)$は，式①で表される．粉末 X 線回折（θ-2θ法）における消滅則を求めよ．導出過程も記すこと．

$$F(h\,k\,l) = \sum_j f \exp\left[-\frac{2\pi}{a} i\left(hx_j + ky_j + lz_j\right)\right] \quad \cdot\cdot\cdot ①$$

(2) 金結晶粉末を用いて X 線回折測定（θ-2θ法）を行ったところ，最も低角度の回折ピークは $2\theta = 38.0°$に現れた．この回折ピークのミラー指数および金結晶の格子定数 a をそれぞれ求めよ．格子定数の単位には nm を用いて有効数字二桁で答えよ．なお，用いた X 線の波長は 0.154 nm である．必要であれば $\sin(38.0°/2) = 0.326$ および関係式$1/d^2 = (h^2 + k^2 + l^2)/a^2$を適宜用いてもよい．$d$ は$(h\,k\,l)$ 面の結晶面間隔である．

(3) $(h_1\,k_1\,l_1)$ 面からの回折ピークが回折角度 $2\theta = 2\theta_1$，および $(h_2\,k_2\,l_2)$ 面からの回折ピークが回折角度 $2\theta = 2\theta_2$にそれぞれ現れる場合を考える．$n_j = h_j^2 + k_j^2 + l_j^2$ $(j = 1, 2)$ とおいたときに，n_1 と n_2 の関係を求めよ．

(4) 問(2)，(3)の結果を用いて $2\theta = 81.2°$に現れる回折ピークのミラー指数を求めよ．導出過程も記すこと．必要であれば $\sin(38.0°/2) = 0.326$, $\sin^2(38.0°/2) = 0.106$, $\sin(81.2°/2) = 0.651$, $\sin^2(81.2°/2) = 0.424$ を適宜用いてもよい．

（問題文は次ページにつづく）

固体物理学

(5) 結晶中の金の最外殻 s 軌道の電子状態を考える．電子の波動関数をψ，原子の軌道関数をϕ，電子のエネルギー固有値を$\mathcal{E}$，波数をkとする．

1) 格子定数が a の 1 次元結晶を考える．格子点は$x = na$（nは整数）にあるとする．この 1 次元結晶中で電子が受けるポテンシャルは，原子位置を反映した周期関数で与えられる．また，電子の波動関数は式②で表されるとする．

$$\psi(x) = C\sum_{n} e^{ik\cdot na}\phi(x-na) \cdot\cdot\cdot ②$$

このとき$\psi(x)$はブロッホの定理$\psi(x+a') = e^{ik\cdot a'}\psi(x)$を満たすことを示せ．ただし，$C$は定数であり，$a'$は$a' = ma$（$m$は整数）である．

2) 3 次元結晶中（面心立方構造，慣用格子定数は a）においても，波動関数 $\psi(x,y,z)$はブロッホの定理を満たす．このとき 3 次元波数$(\boldsymbol{k})$空間において電子のバンド分散（$\mathcal{E}$-$\boldsymbol{k}$分散）は近似的に式③で与えられるとする．ここで，$\mathcal{E}_0$，tは定数とする．ただし$t < 0$とする．

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{k}) = \mathcal{E}_0 + 4t\left(\cos\frac{k_x a}{2}\cos\frac{k_y a}{2} + \cos\frac{k_y a}{2}\cos\frac{k_z a}{2} + \cos\frac{k_z a}{2}\cos\frac{k_x a}{2}\right) \cdot\cdot\cdot ③$$

式③に$k_x = k$, $k_y = k_z = 0$を代入し，$\mathcal{E}$とkの関係を求めると$\mathcal{E}(k) = 8t\cdot\cos\frac{ka}{2} + 4t + \mathcal{E}_0$が得られる．その第 1 ブリュアンゾーン内の$\mathcal{E}$-$k$分散は次ページに示す図 1 のようになる．$k_x = k_y = k_z = k$ の場合における$\mathcal{E}$とkの関係を求め，第 1 ブリュアンゾーン内の$\mathcal{E}$-k分散を図示せよ．また，その図中に許容帯幅（バンド幅）を示せ．

3) 電子の$\mathcal{E}$-k分散に周期ポテンシャルが与える影響を簡潔に説明せよ．

（問題文は次ページにつづく）

固体物理学

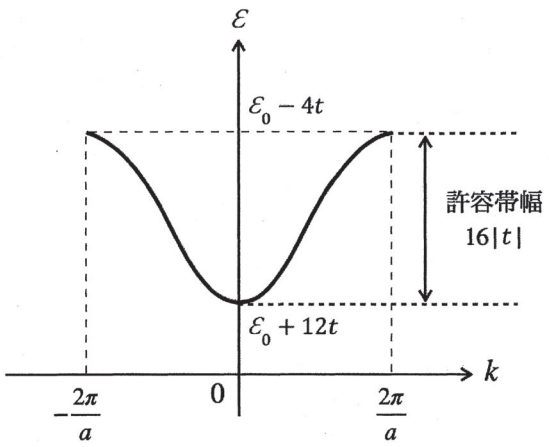

図1

流動と伝熱

【2】以下の問いに答えよ．

(1) 水平な長い平滑円管内における完全発達定常流れを考え，次元解析を行う．単位長さあたりの圧力損失 $\dfrac{\Delta p}{L}$（Lは管長）を，管の内径 d，断面平均流速 u，流体の密度 ρ，流体の粘度 μ のべき乗の積で表す．それぞれの物理量の指数を a_1, a_2, a_3, a_4 とすると，$\dfrac{\Delta p}{L}$は無次元の定数 k を用いて以下の式(1)のように表される．

$$\frac{\Delta p}{L} = k d^{a_1} u^{a_2} \rho^{a_3} \mu^{a_4} \qquad (1)$$

式(1)を絶対単位系で質量，長さ，時間についての次元式の形で表すと，式(1)の両辺の次元は一致するので，質量，長さ，時間について，a_1, a_2, a_3, a_4 を用いて 3 個の方程式がつくれる．ここで，a_1, a_2, a_3 を a_4 で表すと，$a_1 =$ [㋐]，$a_2 =$ [㋑]，$a_3 =$ [㋒] を得る．この結果を式(1)に代入すると，以下の式(2)のようになる．

$$[\ ㋓\ ] = k\left([\ ㋔\ ]\right)^{-a_4} \qquad (2)$$

式(2)の右辺の [㋔] は Reynolds 数 Re である．[㋓] $= 2f$ とおくと次式のように変形できる．

$$\Delta p = [\ ㋕\ ] \qquad (3)$$

式(3)を Fanning の式といい，f は管摩擦係数である．

円管流れの f は Re の関数として，層流では $f =$ [㋖] で表され，$Re < 10^5$ の乱流で平滑管では Blasius の式 $f = 0.079 Re^{-1/4}$ が用いられる．体積流量 Q を一定に保って管の内径 d を 3 倍にしたとき，$\dfrac{\Delta p}{L}$は，層流では [(あ)] 倍になる．

1) 文中の空欄 [㋐] ～ [㋖] を埋めて式を完成させよ．
2) 文中の空欄 [(あ)] に入る数値を有効数字 2 桁で答えよ．

（問題文は次ページにつづく）

流動と伝熱

(2) 図 1 に示すように，3 枚の平板 A, B, C で構成される三層平板が垂直に配置され，左側の気体 G1 と右側の気体 G2 と接している．平板 A の厚さは l_A [m]，熱伝導率は λ_A [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]，平板 B の厚さは l_B [m]，熱伝導率は λ_B [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]，平板 C の厚さは l_C [m]，熱伝導率は λ_C [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]である．また，気体 G1 側と G2 側の熱伝達率はそれぞれ h_{G1} [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]と h_{G2} [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]であり，定常状態において気体 G1 および G2 の温度はそれぞれ T_{G1} [K]と T_{G2} [K] ($T_{G1} > T_{G2}$)で，平板 A の表面温度は T_1 [K]，平板 A-B および B-C の界面温度はそれぞれ T_2 [K]と T_3 [K]，平板 C の表面温度は T_4 [K]である．次の問いに答えよ．

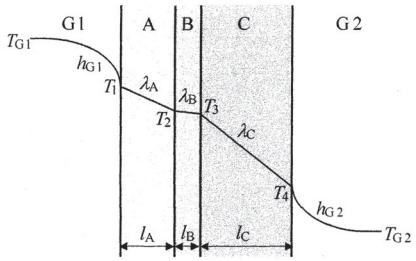

図 1

1) 本システムにおける総括伝熱係数 U の式は，上記記号を用いると次式で表される．

$$U = \frac{1}{\dfrac{1}{h_{G1}} + \dfrac{l_A}{\lambda_A} + \dfrac{l_B}{\lambda_B} + \dfrac{l_C}{\lambda_C} + \dfrac{1}{h_{G2}}}$$

本システムの熱流束 q [$W \cdot m^{-2}$]と総括伝熱係数 U との関係式は $q = U(T_{G1} - T_{G2})$ である．この関係式と気体の熱伝達および平板の熱伝導における各熱流束の式から，総括伝熱係数 U を表す式を導出せよ．

2) $T_{G1} = 475$ K，$h_{G1} = 20.0$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$，$T_{G2} = 300$ K，$h_{G2} = 10.0$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$，$l_A = 0.500$ m，$\lambda_A = 25.0$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$，$l_B = 0.180$ m，$\lambda_B = 6.00$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$，$l_C = 2.00$ m，$\lambda_C = 40.0$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ である場合の熱流束 q [$W \cdot m^{-2}$]および界面温度 T_2 [K]と T_3 [K]を求めよ．

3) 平板 B の厚さのみを変化させて，2)で求めた熱流束を 60.0%に低減させるのに必要な平板 B の厚さ l'_B [m]を求め，その場合の表面温度 T_1 [K]と T_4 [K]を求めよ．なお，平板 B の厚さ以外は 2)と同じ条件である．

反応工学

【３】以下の問いに答えよ．

(1) 断熱系における単段 CSTR（連続流攪拌槽型反応器）を考える．液相で A→R の不可逆反応において，生成物 R は反応物 A の濃度の 1 次の反応速度で生成する．容積 $V = 0.200\ \mathrm{m^3}$ の単段 CSTR を用い，入口流量 $F = 5.00\times10^{-3}\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$，A の入口濃度 $C_{A,0} = 8.00\times10^{2}\ \mathrm{mol\cdot m^{-3}}$ の時，転化率 $X_A = 0.500$ であった．ただし，反応流体の定圧比熱 $c_P = 4.18\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$，密度 $\rho = 1.00\times10^{3}\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$，反応熱 $-\Delta H = 50.0\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$ とし，今回対象とする系では変化しないとする．空間時間 τ [s]，反応速度定数 k [$\mathrm{s^{-1}}$]，供給液温度 T_{in} [K]，反応器内温度 T_{out} [K]とする．槽内は十分に攪拌され反応器内温度は出口温度と等しいとする．有効数字は 3 桁とする．必要な際は ln2 = 0.693, ln10 = 2.30 を用いよ．

1) 1 次反応の場合の CSTR の設計式（τを X_A と k で表す式）を記せ．
2) k を算出せよ．
3) 本系において反応速度定数はアレニウス式

$$k = A\exp\left(-\frac{E}{RT_{out}}\right) \qquad (1)$$

で表される．$A = 2.00\times10^{5}\ \mathrm{s^{-1}}$，$E/R = 5.50\times10^{3}$ K の時，2)で求めた反応速度定数と式(1)より T_{out} を算出せよ．

4) 仮に理想的な状態として転化率 $X_A = 1.00$ の時の供給液温度と反応器内温度の差 $\Delta T(= T_{out} - T_{in})$ を表す式を $C_{A,0}$，c_P，ρ，ΔH を用いて記せ．
5) 4)の関係を用いて転化率 $X_A = 0.500$ の時の T_{in} を求めよ．

（問題文は次ページにつづく）

反応工学

(2) 十分に広く平坦な固体平板を酸素気流中で酸化する．時間経過に伴う酸化膜厚の変化を予測するため，以下のモデルを立てて考察した．固体平板の片面に注目し，図 1 に示すように固体平板の酸化は，既に酸化された酸化膜 (AO) 中を拡散した酸素分子(O_2)と固体を構成する原子(A)が，酸化膜と未反応の固体とを隔てる境界面において反応 $\left(\mathrm{A} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} \rightarrow \mathrm{AO}\right)$ することで進行し，これに伴って境界面が固体平板の内部方向に移動すると考える．酸化膜は完全に酸化され，また，酸化に伴う体積変化は生じないとみなす．さらに，酸化膜中における酸素分子濃度及びその変化速度は十分に小さく，拡散により輸送される酸素分子は全て固体との反応で消費されると考える擬定常状態近似をとる．このモデルに関して，以下の問いに答えよ．

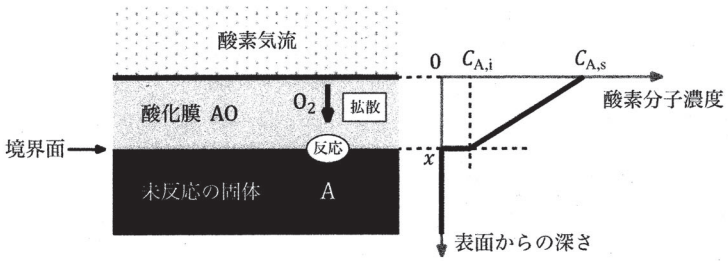

図 1

1) 気相中における酸素分子の物質移動は十分に速く，図 1 に示すように酸化膜中の最表面における酸素分子の濃度が $C_{A,s}$ [$\mathrm{mol\cdot m^{-3}}$] に保たれるケースを考える．ここで，酸化膜中で平板に対して垂直方向に進行する酸素分子の 1 次元拡散と，境界面における固体と酸素分子の反応の二つの過程を考慮する．酸化開始時からの経過時間を t [s]，酸化膜の厚みを $x(t)$ [m]，境界面における酸素分子の濃度を $C_{A,i}(t)$ [$\mathrm{mol\cdot m^{-3}}$]，酸化膜中における酸素分子の拡散係数を D [$\mathrm{m^2\cdot s^{-1}}$] とする時，酸化膜中における酸素分子の拡散流束 $F(t)$ [$\mathrm{mol\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}}$] を示せ．

（問題文は次ページにつづく）

反応工学

2) 境界面における固体との反応を通じて単位面積・単位時間あたりに消費される酸素分子の物質量 $R(t)$ [mol・m^{-2}・s^{-1}] は，$C_{A,i}(t)$ に比例して表面反応速度定数 k_s [m・s^{-1}] を用いて $R(t) = k_s C_{A,i}(t)$ と表される．擬定常状態近似を考慮し，$F(t)$ を $C_{A,s}, x(t), D, k_s$ を用いて表せ．

3) 固体の密度を ρ [kg・m^{-3}]，固体を構成するAのモル質量を m [g・mol^{-1}] とする．これらの変数を用い，単位時間における酸化膜厚の変化量 $\frac{dx(t)}{dt}$ と $R(t)$ との関係を示せ．

4) 酸化開始時 ($t = 0$ s) に酸化膜が存在しない ($x = 0$ m) という条件のもとで，$x(t)$ を $C_{A,s}, t, D, k_s, \rho, m$ を用いて表せ．

材 料 の 力 学

【4】以下の問いに答えよ．

(1) 金属材料の単軸引張試験に関わる以下の問いに答えよ．解答には計算の途中過程も示すこと．

1) 公称応力(σ)—公称ひずみ(ε)曲線（図1）に関して，以下の①~⑥の空欄に最もふさわしい単語を以下に示す候補用語より選べ．図1中の②④⑤⑥は，それぞれ文中の空欄の番号に対応する．

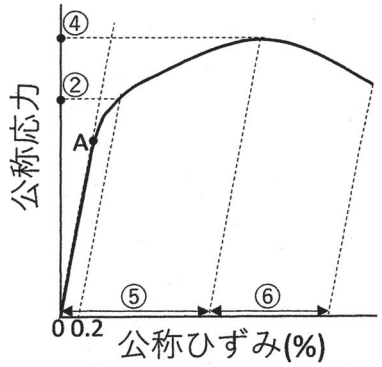

図1

「金属材料に力を加えて変形させると応力とひずみの関係が線形から非線形に推移する．この時，応力とひずみの関係がほぼ直線で表され，かつ除荷をすると元の形状に戻る点 A を ① と呼び，ひずみが増加して 0.2%ひずみに達した時の応力を ② と呼び，その ② を一般に降伏応力とみなす．変形が進み，③ が生じて公称応力が最高値に達したあと試験片にくびれが生じるが，この最高値の公称応力を ④ ，その時のひずみから弾性ひずみを引いたひずみを ⑤ という．さらに変形を続けると，引張試験片にくびれが生じやがて破断に至るが，材料にくびれが生じてから破断するまでのひずみを ⑥ という．」

候補用語：引張強度，0.2%耐力，均一伸び，局部伸び，加工硬化，降伏，弾性限，全伸び，破断伸び

2) 真応力(σ_t)—真ひずみ(ε_t)曲線を式(1)のn乗硬化則（nは加工硬化指数，Cは正の定数)で近似するとした時，塑性不安定条件を使って真ひずみで表された均一伸び($\varepsilon_{t,unif}$)とnの関係を示せ．

$$\sigma_t = C\varepsilon_t^n \tag{1}$$

（問題文は次ページにつづく）

3) 公称応力(σ)と真応力(σ_t)，公称ひずみ(ε)と真ひずみ(ε_t)の関係は式(2)および(3)で表される．前問 2)の結果を用いて，公称応力で表された引張強度(σ_{TS})ならびに公称ひずみで表された均一伸び(ε_{unif})を式(1)のn, Cの両方あるいはいずれかを使って表せ．

$$\sigma_t = (1+\varepsilon)\sigma \tag{2}$$

$$\varepsilon_t = \ln(1+\varepsilon) \tag{3}$$

4) 公称応力で表された降伏応力(σ_{YS})を式(1)のn, Cを用いて式(4)のように表す．この時，前問 2), 3)の結果を用いて，降伏比(σ_{YS}/σ_{TS})が金属の種類(n, C)に関係なくε_{unif}のみで表されることを示せ．

$$\sigma_{YS} = C \times 0.002^n \tag{4}$$

（問題文は次ページにつづく）

材 料 の 力 学

(2) 長さ$4L$の両端支持はりの上に二輪の台車をのせた場合の，はりの変形を考える．はりの縦弾性係数をE，断面二次モーメントをI，台車の重量を$2W$，車輪中心間の距離を$2L$とする．台車の重量は両車輪に均等にかかり，はりはそれぞれの車輪から下向きの荷重Wをうけるものとする．以下の問いに答えよ．

1) 図 2 に示すように，台車の左側車輪の中心と支持点 A との水平距離がaであるとき，支持点 A および B においてはりに作用する抗力（支点反力）R_A, R_Bの大きさを求めよ．

2) 図 2 の状態において，支持点 A を原点とするはり長手方向xの位置における曲げモーメントMを求めよ．ただし，はりの変形が下に凸となる場合の曲げモーメントを正とする．

3) 図 3 に示すように，台車の左側車輪の中心と支持点 A との水平距離が L である時，支持点 A におけるたわみ角θ_Aの大きさを求めよ．

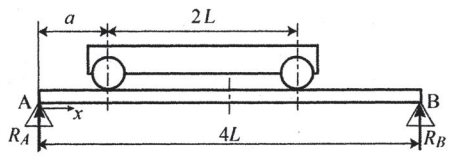

図 2

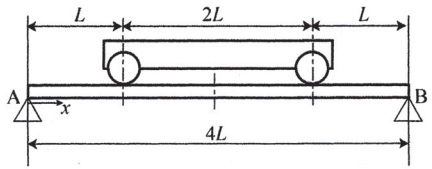

図 3

マテリアル工学系専攻群

材料デザイン工学専攻，物質プロセス工学専攻，化学システム工学専攻

大学院入学試験　問題例

基　礎　③

数　学

【1】

三つの3次実ベクトル

$$\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{q} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} a^2 \\ b^2 \\ c^2 \end{pmatrix}$$

を考える．ここで，a，b，c は互いに異なる実数とする．以下の問いに答えよ．

(1) $a = -1$，$b = 2$，$c = 1$ とする．このとき，ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix}$ を $\boldsymbol{p}$，$\boldsymbol{q}$，$\boldsymbol{r}$ の線形結合として表せ．

(2) $\boldsymbol{p}$，$\boldsymbol{q}$，$\boldsymbol{r}$ は線形独立であることを示せ．

(3) $\boldsymbol{p}$，$\boldsymbol{q}$，$\boldsymbol{r}$ をそれぞれ第1列，第2列，第3列とする3次正方行列を定義し，$(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r})$ と表す．同様に，$(\boldsymbol{q}, -\boldsymbol{p}, 2\boldsymbol{r})$ を定義する．このとき，

$$(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r})A = (\boldsymbol{q}, -\boldsymbol{p}, 2\boldsymbol{r})$$

を満たすような3次正方行列 A を求めよ．全ての成分を明示すること．

数　学

【2】

次の関数の第 n 次導関数を求めよ（$n \geqq 1$）．ただし，数学的帰納法による証明は不要である．

(1) $f(x) = \frac{x^4}{x^2-1} \quad (x > 1)$

(2) $f(x) = x^2 e^x$

(3) $f(x) = x^2 \log x \quad (x > 0)$

数　学

【3】 以下の問いに答えよ．

(1) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^3-3)y^2}{x^4(y+2)}$$

(2) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = \sin x$$

数　学

【4】

三次元直交座標系（デカルト座標系）において，x軸，y軸，z軸の正の方向の単位ベクトルをそれぞれ$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$とする．以下の問いに答えよ．

(1) 点 O(0,0,0)，点 A(1,1,0)，点 B(0,1,1)，点 C(1,0,1)とする．ベクトル$\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$の作る平行六面体の体積 V を求めよ．

(2) 点(2,0,0)，(0,2,0)，(0,0,1)を頂点とする三角形上を，この順に回る経路を C とする．

1) 三角形の法線方向の単位ベクトルを求めよ．ただし，三角形の法線ベクトルは，原点から離れる方向へ向かうものと定める．

2) ベクトル場$\boldsymbol{a} = z\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j} + y\boldsymbol{k}$について，線積分$\int_C \boldsymbol{a}\cdot d\boldsymbol{r}$を求めよ．

物理化学

【1】相，ならびに相平衡に関する以下の問いに答えよ．

(1) 下記設問に答えよ．

1) 相律について 100 字以内で簡潔に説明せよ．成分の数 C，相の数 P，自由度の数 F，のすべての語句を使用すること．

2) 水蒸気，水，氷が容器中で平衡状態にある系を考える．この時，系の成分の数 C，相の数 P，自由度の数 F，について各々の数値を答えよ．

(2) 図 1 は 2 種の成分（A 及び B）からなる混合物の気-液相図である．下記設問に答えよ．

1) 温度 T_1 において，成分 A のモル分率 0.2 の液相が沸騰している時，平衡状態にある気相の組成比（A:B の比）はいくらか．

2) 成分 A のモル分率が 0.5 で，温度 T_2 にある液相（図中 P で示す点に相当）を温度 T_1 にまで高め平衡状態に達した時，液相の組成比（A:B の比），ならびに液相と気相の存在比（物質量の比）を求めよ．その計算過程も示すこと．

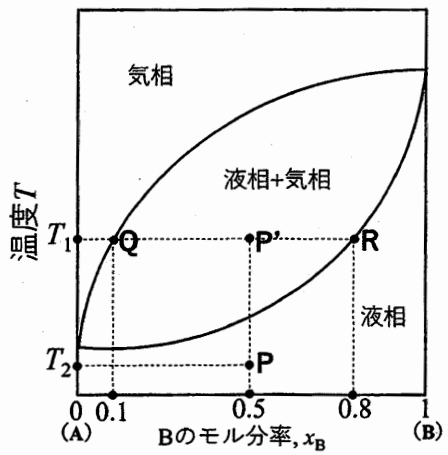

図 1

（問題文は次ページにつづく）

物理化学

(3) 図 2 は 2 種の成分（C 及び D）からなる混合物の固-液相図である．ここで C,D は固相ではほとんど混じり合わず，液相は全域で相溶である．また点 a_5 は固化した状態に相当する．下記設問に答えよ．

1)図 2 中の点 a_1 で示される状態にある組成の混合物（系）を冷却することを考える．次の文章は，その時に生じる変化を説明したものである．文中のア～クの空欄にあてはまる最も適切な語句，あるいは記号を答えよ．なお，語句や記号は図 2 中に示してあるものを使用すること．繰り返し使用しても良い．

・$a_1 \rightarrow a_2$ の変化：系は［ア　　］と［イ　　］からなる 2 相領域に入っていく．純粋な［ウ　　］が溶液から析出を始め，残っている［エ　　］は C を余分に含むようになる．

・$a_2 \rightarrow a_3$ の変化：析出する［オ　　］の量が増える．D が一定量析出したため，［カ　　］（その組成は点［キ　　］で与えられる）では前よりも C が濃くなっている．

・$a_3 \rightarrow a_4$ の変化：このステップの終端では，点 a_3 のときより液相は減り，その組成は点［ク　　］で与えられる．

2)図 2 の点 e_2 を通る定組成線の組成は何と呼ばれるか答えよ．

3)また，点 e_2 の組成の混合物を凝固した場合の特徴について温度，組成，組織に言及し，100 字以内で簡潔に述べよ．

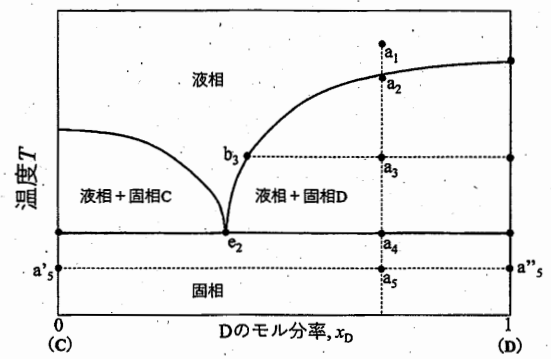

図 2

物理化学

【2】定温定圧での化学平衡 $aA + bB \rightleftarrows cC + dD$ を考える．ここで，a, b, c, d は量論係数である．物質 A, B, C, D の物質量を n_A, n_B, n_C, n_D，これらの物質量の変化を dn_A, dn_B, dn_C, dn_D として，反応進行度 ξ の変化 $d\xi$ は次式で表される．次の問いに答えよ．

$$d\xi = -\frac{dn_A}{a} = -\frac{dn_B}{b} = \frac{dn_C}{c} = \frac{dn_D}{d} \qquad \text{(I)}$$

(1) $H_2 + I_2 \rightarrow 2HI$ という反応を考える．初期状態として H_2 が 10 mol, I_2 が 20 mol，HI が 0 mol（なし）のとき，反応進行度 ξ の最大値を答えよ．なお，副反応は考慮しない．

(2) ギブズエネルギーの変化 dG は，A, B, C, D の化学ポテンシャルを $\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D$ として，A, B, C, D の物質量の変化 dn_A, dn_B, dn_C, dn_D を用いて次の式で表される．

$$dG = \mu_A dn_A + \mu_B dn_B + \mu_C dn_C + \mu_D dn_D \qquad \text{(II)}$$

式(I)を代入して整理した式を示し，その式のどの部分が反応ギブズエネルギー $\Delta_r G$ に相当するのかを示せ．

(3) A, B, C, D の活量を a_A, a_B, a_C, a_D，標準化学ポテンシャルを $\mu^\circ_A, \mu^\circ_B, \mu^\circ_C, \mu^\circ_D$ とする．例えば A の化学ポテンシャル μ_A は，A の活量，A の標準化学ポテンシャル，気体定数 R，絶対温度 T を用いて次式で表される．

$$\mu_A = \mu^\circ_A + RT \ln a_A \qquad \text{(III)}$$

(2)で解答した反応ギブズエネルギー $\Delta_r G$ の式に式(III)を代入して整理した式を示せ．また，その式のどの部分が標準反応ギブズエネルギー $\Delta_r G^\circ$，反応商 Q に相当するのかを示せ．

(4) 平衡に至ったときの $\Delta_r G$ の値を答えよ．

(5) 標準反応ギブズエネルギー $\Delta_r G^\circ$ と熱力学的平衡定数 K の関係式を示せ．

(6) (5)で解答した関係式を温度で微分し，かつ，ギブズ-ヘルムホルツの式 $d(\Delta_r G^\circ/T)/dT = -\Delta_r H^\circ/T^2$ を適用して，ファントホッフの定圧平衡式を導け．また，このギブズ-ヘルムホルツの式における $\Delta_r H^\circ$ は何と呼ばれるか答えよ．

（問題文は次ページにつづく）

物理化学

(7) 次の文中のア～ウの空欄にあてはまる最も適切な語句を下記の語群から選び答えよ．繰り返し使用しても良い．

発熱反応の場合，$\Delta_r H^\circ$ は（　ア　）になり，昇温とともに熱力学的平衡定数 K が（　イ　）する．つまり，発熱反応では昇温は生成物を（　ウ　）させる方向に平衡を動かす．

[語群] 正，負，ゼロ，増大，減少，安定

(8) (6)で導いたファントホッフの式を変形し，右辺に T を含まないファントホッフの定圧平衡式の変化形を導け．

(9) 熱量測定を行うことなく $\Delta_r H^\circ$ を実験的に決める方法を，グラフの概略図を使って述べよ．なお，$\Delta_r H^\circ$ は定数と仮定する．

マテリアル工学系専攻群

材料デザイン工学専攻，物質プロセス工学専攻，化学システム工学専攻

大学院入学試験　問題例

専　門　③

固　体　物　理　学

【１】純度の高い銅は，電気抵抗率が非常に小さい金属として知られている．以下の問いに答えよ．

(1) 銅の結晶構造は，面心立方構造である．面心立方構造の慣用単位胞（慣用格子定数 a）における１つの頂点の座標を(0,0,0)とする．(0,0,0)に位置する銅原子に対して最近接となる銅原子の座標を全て書き出せ．

(2) 銅原子を剛体球とし，結晶構造において最密となるよう互いに接しているとする．このとき，慣用単位胞における剛体球の充填率を，有効数字二桁で答えよ．ただし，導出過程も示すこと．

(3) 金属の電気伝導を担う電子の振る舞いを，辺の長さ L の立方体の箱の中に N 個の自由電子が存在する系を用いて考える．以下の問いに答えよ．ただし，m を電子の質量，$\hbar$ をディラック定数とする．

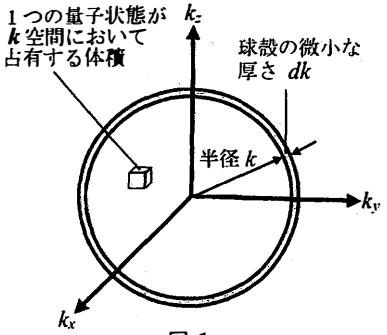

図 1

1) 図１に示すように，３次元波数($\boldsymbol{k}$)空間において１つの量子状態が占有する体積は，周期的境界条件により定義される立方体として与えられる．この体積を，L を用いて示せ．

2) 自由電子のエネルギーEを，m，$\hbar$，kを用いて示せ．

3) 図１に示すような３次元 $\boldsymbol{k}$ 空間における半径 k，微小厚さ dk の球殻を考える．この球殻に含まれる自由電子の状態数を，k，dk，L を用いて電子のスピン自由度を考慮した上で示せ．ただし，kは十分に大きいものとする．

4) $D(E)$を電子の状態密度，$D(E)dE$をエネルギーEから $E+dE$ の範囲にある電子の状態数とする．$E \gg dE$ では，問 3)で求めた状態数が $D(E)dE$ で表される．$D(E)$を，E，L，m，$\hbar$ を用いて示せ．

（問題文は次ページにつづく）

5) $f(E, T)$ を温度 T におけるフェルミ分布関数とする．このとき，温度 T における自由電子のエネルギー分布は，$D(E)f(E, T)$で表される．温度 $T = 0$ K と有限温度 $T > 0$ K における $D(E)f(E, T)$を，エネルギーE の関数として同一グラフ上に模式的に図示し，比較せよ．ただし，電子の化学ポテンシャルを μ とする．

(4) 図 2 は銅の電気抵抗率の温度依存性である．このような温度依存性となる理由について説明せよ．

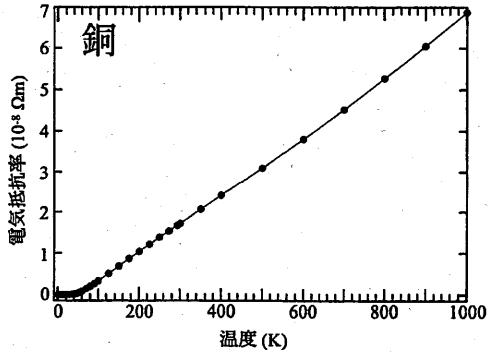

図 2

流 動 と 伝 熱

【2】次の問いに答えよ．

(1) 図 1 のように，液面の直径が十分に大きいタンクが圧力 p の大気中に設置され，密度ρの液体が貯められている．液面との高さの差が h の位置に，内径 d，長さ L，ファニングの管摩擦損失係数 f の直円管が水平に取りつけられており，流体が平均流速 v で大気中に流出している．なお，重力加速度を g とする．

1) 直円管内の圧力損失Δp を表す式を文中の記号を用いて表せ．なお，直円管の入口の縮流部ならびに出口の拡流部の流動抵抗は無視できるものとする．
2) 液面の面積が十分に大きいため h が変化しないと仮定し，直円管出口とタンク液面との間に成立するエネルギー保存の式を文中の記号を用いて表せ．なお，外部との熱の授受は考慮しなくてよい．
3) 直円管出口の平均流速 v[m·s^{-1}]と流量 Q[m^3·s^{-1}]を有効数字 2 桁で求めよ．なお，p=100kPa, ρ=1000kg·m^{-3}, h=30m, d=0.10m, L=20m, f=0.011, 円周率=3.1，重力加速度 g=9.8m·s^{-2} とする．また，$\sqrt{15}$=3.9 を用いてよい．
4) 直円管内の摩擦による流動抵抗によって失われるエネルギーが，熱に変わり流体が全て吸収するとすれば，流体の温度は何 K 変化するか，有効数字 2 桁で求めよ．なお，流体の比熱容量は C_p=4.4kJ·kg^{-1}·K^{-1} とする．

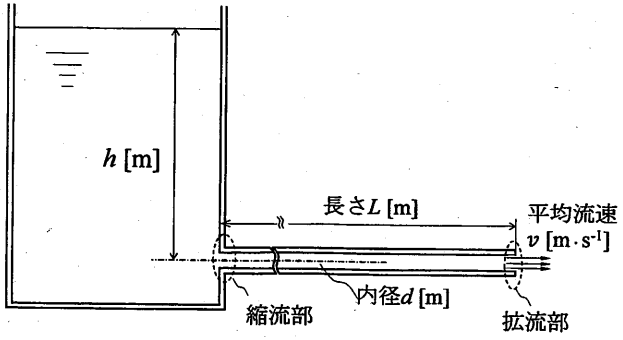

図 1

（問題文は次ページにつづく）

流動と伝熱

(2) 図 2 のように，表面温度 T_1[K]の光が透過しない無限平面 1 と表面温度 T_2[K]の光が透過しない無限平面 2 から成る，互いに平行な平面間で熱放射により熱が移動している．なお，平面 1 からの放射伝熱量を E_1[W·m^{-2}]，平面 2 からの放射伝熱量を E_2[W·m^{-2}]，ステファン－ボルツマン定数を σ[W·m^{-2}·K^{-4}]，$T_1>T_2$ とする．

1) 平面 1 の表面が黒体である場合，平面 1 からの放射伝熱量 E_{b1} [W·m^{-2}]を文中の記号を用いて表せ．さらに，平面 1 の表面の放射率が ε_1[-]である場合，放射伝熱量 E_1[W·m^{-2}]を文中の記号を用いて表せ．
2) 平面 1 および平面 2 の表面が黒体である場合，2 つの平面間の放射伝熱量 E_{b12}[W·m^{-2}]を文中の記号を用いて表せ．
3) 平面 1 および平面 2 の表面の放射率がそれぞれ ε_1[-]，ε_2[-]を有する面である場合，2 つの平面間の放射伝熱量 E[W·m^{-2}]を文中の記号を用いて表せ．なお，放射率は吸収率と等しく，また，図中に示したように放射された光は反射を繰り返すことを考慮せよ．
4) 平面 2 の表面のみが黒体であり，T_1=300K，T_2=200K，ε_1=0.50 である場合，平面 1 と平面 2 の間の放射伝熱量を有効数字 2 桁で求めよ．ただし，σ=5.7×10^{-8}W·m^{-2}·K^{-4} とする．

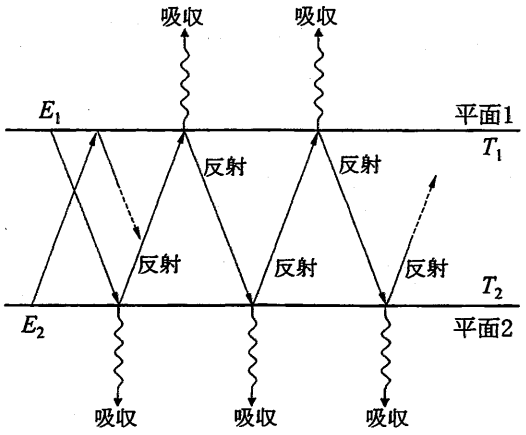

図 2

反応工学

【3】以下の問いに答えよ．

(1) 回分反応器における液相中の可逆反応 A + B ⇄ R + S を考える．正方向の反応速度は A と B のそれぞれの濃度の 1 次に比例し，反応速度定数を k とする．逆方向の反応速度は R と S のそれぞれの濃度の 1 次に比例し，反応速度定数を k'とする．A と B の初期濃度はともに $C_{A,0}$，R と S の初期濃度はともに 0 であり，反応前後での温度と体積の変化は無視できるとする．なお，反応時間を t，A の反応率を X_A，$\alpha=(k'/k)^{0.5}$ とする．

1) 反応時間 t における B の濃度と R の濃度を $C_{A,0}$，X_A を用いて表せ．
2) A の反応速度（$-r_A$）を $C_{A,0}$，k，k'，X_A を用いて表せ．
3) 設計式（t と X_A の関係を示す式）を $C_{A,0}$，k，t，X_A，α を用いて表せ．
4) 反応が平衡状態になったときの A の反応率 $X_{A,e}$ を α を用いて表せ．

(2) ピストン流（押し出し流れ）反応器を用いて，原料を 40 mol%の気体 A と 60 mol%の不活性ガスからなる混合気体とし，定圧等温で体積変化のある 2 次不可逆反応 2 A → 2 R + S を行った．R，S はともに気体である．なお，空間時間を τ，反応器入口の A の濃度を $C_{A,0}$，反応器出口の A の反応率を X_A，反応速度定数を k とし，気体はすべて理想気体とする．計算に必要な場合は次の値を使用せよ．円周率＝3.1，ln 5＝1.6

1) 設計式（τ と X_A の関係を示す式）を $C_{A,0}$，k，X_A，τ を用いて表せ．
2) 反応器入口の A の体積流量が 0.010 m^3·s^{-1}，k＝1.0×10^{-3} m^3·mol^{-1}·s^{-1}，$C_{A,0}$＝40 mol·m^{-3} のとき，管の内径が 0.40 m のピストン流反応器を用いて X_A＝0.80 とするのに必要な反応器の長さを有効数字 2 桁で求めよ．

材 料 の 力 学

【４】以下の問いに答えよ．

(1) 下記の文章を読んで，設問 1)～5)に答えよ．

金属結晶の塑性変形は，微視的観点から，転位の運動によって理解される．結晶中の転位は，特定の結晶学的なすべり面に沿って特定のすべり方向に運動する．純金属において，すべり面は結晶構造において原子密度が最も［ア］面になり，すべり方向は隣り合う原子面間距離が最も［イ］方向になる．すべり面とすべり方向の組み合わせをすべり系という．面心立方構造を持つ金属のすべり系の総数は 12 個である．これは，［ウ］個の独立な{111}面があり，それぞれの面に対し，［エ］個の独立な<011>方向があるためである．しかし，①単結晶を一軸引張試験すると，限られたすべり系のみが活動する．これは，シュミット因子 m を用いた引張方向と結晶方位の関係によって説明できる．

1) 文中の［ア］と［イ］に該当する語句，［ウ］と［エ］に該当する数字を示せ．
2) 図 1（次頁に示す）に示すような一軸引張応力 σ における単結晶の変形を考える．引張軸方向 $\boldsymbol{F}$ とすべり方向 $\boldsymbol{G}$ の成す角度が λ，引張軸方向 $\boldsymbol{F}$ とすべり面法線方向 $\boldsymbol{N}$ の成す角度が ϕ である．すべり面上に働く分解せん断応力を，σ，λ，及び，ϕ を用いて示せ．
3) 立方晶においてミラー指数で表されるベクトル同士の成す角は，ベクトルの内積を用いて表される．立方晶のシュミット因子 m を，$\boldsymbol{F}$，$\boldsymbol{G}$，$\boldsymbol{N}$ のミラー指数（それぞれ$[x\,y\,z]$，$[u\,v\,w]$，$[h\,k\,l]$）を用いて示せ．
4) 下線①に関して，図 1 に示すように，面心立方構造を持つ金属単結晶の引張軸方向 $\boldsymbol{F}$ を[123]としたとき，分解せん断応力が最大となる主すべり系のすべり面とすべり方向を答えよ．
5) [123]方向に引張変形した面心立方構造を持つ金属単結晶において主すべり系が活動した場合，その m の値を計算し，有効数字 3 桁で答えよ．必要があれば，$\sqrt{2}=1.41$，$\sqrt{3}=1.73$，$\sqrt{6}=2.45$ を用いよ．

（問題文は次ページにつづく）

材 料 の 力 学

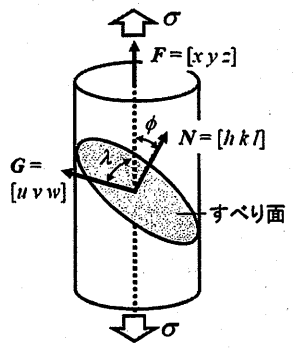

図 1

(2) 下記の文章を読んで，設問 1)～4)に答えよ．

金属材料に塑性加工を施すと，内部に転位等の格子欠陥が導入され，それらに起因するひずみエネルギーが蓄積される．塑性加工を施した金属を高温で保持すると，原子の拡散が起こり，転位等の格子欠陥が移動する．正負の符号を持つ転位の合体消滅や安定配置への移動は，材料内部のひずみエネルギーの一部を解放させる．この現象を，［オ］と呼ぶ．さらに高温で保持すると，大角粒界に囲まれた②転位密度の著しく低い結晶粒が生成・成長し，蓄積されたひずみエネルギーを解放する．③この現象を，［カ］と呼ぶ．ひずみエネルギーが消費された後，更に高温で保持すると，［キ］エネルギーを駆動力とした④粒成長が起こる．

1) 文中の［オ］～［キ］に該当する語句を示せ．
2) 下線②に関して，転位密度を表す単位を，SI 単位系を用いて答えよ．
3) 下線③の現象が発生すると，材料強度は低下する．この理由を，金属材料の強化機構とその関係式を用いて 200 字以内で説明せよ．
4) 下線④に関して，粒成長が発生した金属材料の降伏強度は，粒成長発生前と比べてどのように変化するか答えよ．また，その理由を強化機構とその関係式を用いて 200 字以内で説明せよ．